M[me] COSSENTINI Sarra

Analogie entre les oscillations électriques et les oscillations mécaniques

Oscillateur		Electrique : Circuit RLC	Mécanique : Pendule élastique
Grandeurs caractéristiques	Coefficient d'inertie	Inductance L (enH)	Masse m (en kg)
	Coefficient de rappel	Inverse de la capacité	Raideur k (en N. m^{-1})
	Facteur dissipatif	Résistance R(en Ω) $R = R_o + r$	Coefficient de frottement h (en kg. s^{-1})
Grandeurs oscillantes		Charge électrique q (en C)	Elongation x (en m)
		Intensité $i = \frac{dq}{dt}$ (en A)	Vitesse $v = \frac{dx}{dt}$ (en m. s^{-1})

Oscillations libres

Excitation			On charge le condensateur	On écarte le solide de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale
			On déplace un aimant devant la bobine (condensateur déchargé)	On lance le solide à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse initiale
Equation différentielle des oscillations	Amorties		$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = 0$	$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + k\,x = 0$
	Non amorties		$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ ou $\frac{d^2q}{dt^2} + w_o^2\,q = 0$ avec $w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ ou $\frac{d^2x}{dt^2} + w_o^2\,x = 0$ avec $w_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Energie de l'oscillateur	Forme et expression		- électrique $E_e = \frac{1}{2C}q^2$ - magnétique $E_L = \frac{1}{2}L\,i^2$ - électromagnétique : $E = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}L\,i^2$	-potentielle élastique $E_p = \frac{1}{2}k\,x^2$ - cinétique $E_c = \frac{1}{2}m\,v^2$ - mécanique : $E = \frac{1}{2}k\,x^2 + \frac{1}{2}m\,v^2$
	Variation	Amorties	$\frac{dE}{dt} = -R.\,i^2$ donc E décroit	$\frac{dE}{dt} = -h.\,v^2$ donc E décroit
		Non amorties	R = 0 donc E = constante $E = \frac{1}{2C}Q_m^2 = \frac{1}{2}L\,I_m^2$	h = 0 donc E = constante $E = \frac{1}{2}k\,X_m^2 = \frac{1}{2}m\,V_m^2$

Oscillations forcées en régime sinusoïdal

Excitateur	GBF délivrant une tension $u = U_m\sin(wt + \varphi_u)$	Moteur exerçant une force $F = F_m\sin(w\,t + \varphi_F)$
Equation différentielle des oscillations	$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = u$	$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + k\,x = F$
Amplitude	Des intensités $I_m = \frac{Um}{\sqrt{Rt^2 + (Lw - \frac{1}{cw})^2}}$	Des vitesses $V_m = \frac{Fm}{\sqrt{h^2 + (mw - \frac{k}{w})^2}}$
	Des charges $Q_m = \frac{Um}{\sqrt{(R.w)^2 + (Lw^2 - \frac{1}{c})^2}} = \frac{Im}{w}$	Des élongations $X_m = \frac{Fm}{\sqrt{(hw)^2 + (mw^2 - k)^2}} = \frac{Vm}{w}$
Déphasage	$0 < \varphi_u - \varphi_q < \pi$ ou $0 < \varphi_u - \varphi_{u_c} < \pi$ $-\pi/2 < \varphi_u - \varphi_i < \pi/2$ $\varphi_{u_c} < \varphi_u < \varphi_{u_L}$ $tg(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{Lw - 1/CW}{R}$ $tg(\varphi_u - \varphi_q) = \frac{R\,w}{\frac{1}{C} - L\,w^2}$	$0 < \varphi_F - \varphi_x < \pi$ $-\pi/2 < \varphi_F - \varphi_v < \pi/2$ $\varphi_f < \varphi_F < \varphi_T$ $tg(\varphi_F - \varphi_V) = \frac{mw - k/w}{h}$ $tg(\varphi_F - \varphi_x) = \frac{h\,w}{k - m\,w^2}$
Impédance	$Z = \frac{Um}{Im}$ en Ω $Z = \sqrt{R^2 + (Lw - \frac{1}{CW})^2}$	$Z = \frac{Fm}{Vm}$ en kg.s-1 $Z = \sqrt{h^2 + (mw - \frac{K}{W})^2}$

<table>
<tr>
<td rowspan="3">Résonance</td>
<td>Condition de résonance</td>
<td>

Des intensités : $N = N_O$

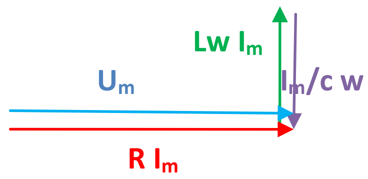
$U_m = R\,I_m$, $u = u_R$, $u_L(t) = -\,u_c(t)$

$Z = R$, $\varphi_u - \varphi_i = 0$

$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = 1$

$\varphi_u - \varphi_{u_c} = \pi/2$ rad

$\varphi_u - \varphi_{u_L} = -\,\pi/2$ rad



Des charges :

$N_r = \sqrt{N0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}} < N_O$

Pour $R < \sqrt{2\frac{L}{C}} = R_l$

Si $R > R_l$ la réponse est linéaire

(Résonance impossible)

</td>
<td>

Des vitesses : $N = N_O$

$F_m = f_m = h\,V_m$, $F(t) = -\,f(t)$

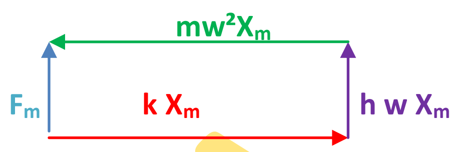
$Z = h$, $\varphi_F - \varphi_V = 0$

$\cos(\varphi_F - \varphi_V) = 1$

$\varphi_F - \varphi_x = \pi/2$ rad

$\varphi_F - \varphi_f = \pi$ rad

$\varphi_F - \varphi_T = -\,\pi/2$ rad



Des élongations :

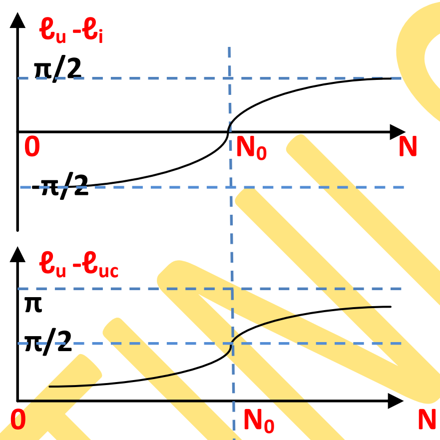
$N_r = \sqrt{N0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}} < N_O$

Pour $h < \sqrt{2mk} = h_l$

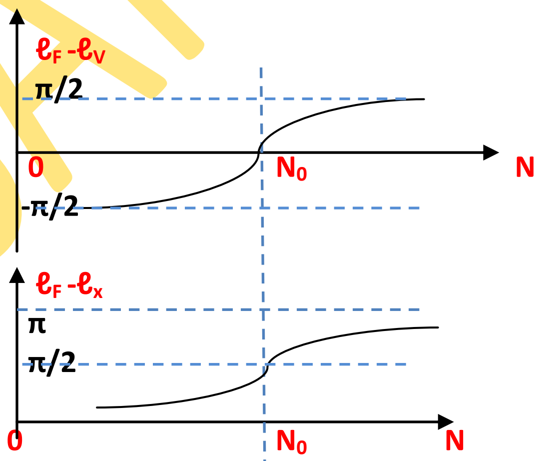
Si $h > h_l$ la réponse est linéaire

(Résonance impossible)

</td>
</tr>
<tr>
<td>Courbes de déphasages</td>
<td>

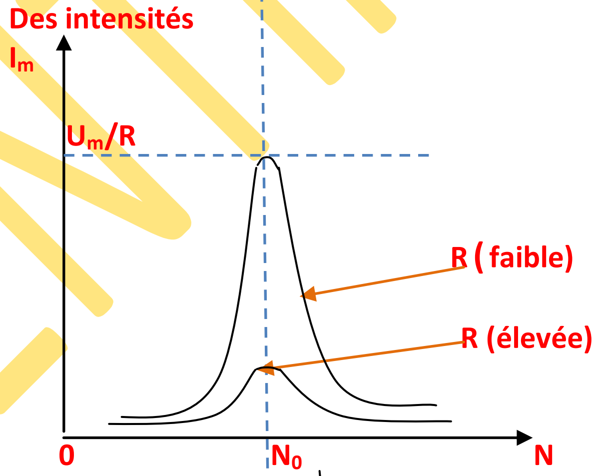


</td>
<td>

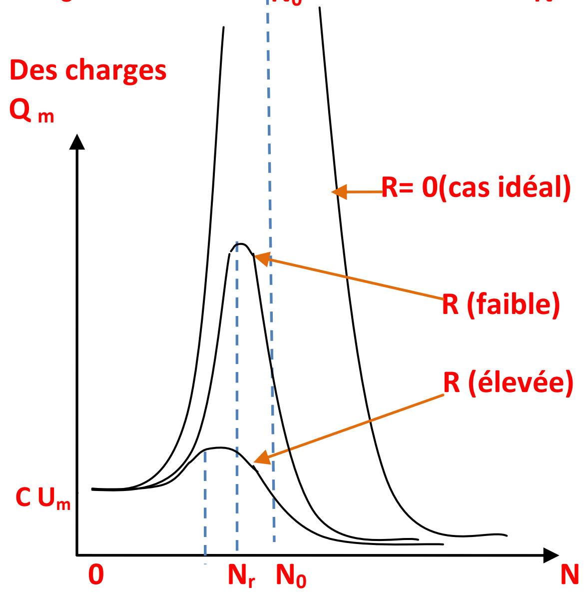


</td>
</tr>
<tr>
<td>Courbes de résonance</td>
<td>

Des intensités

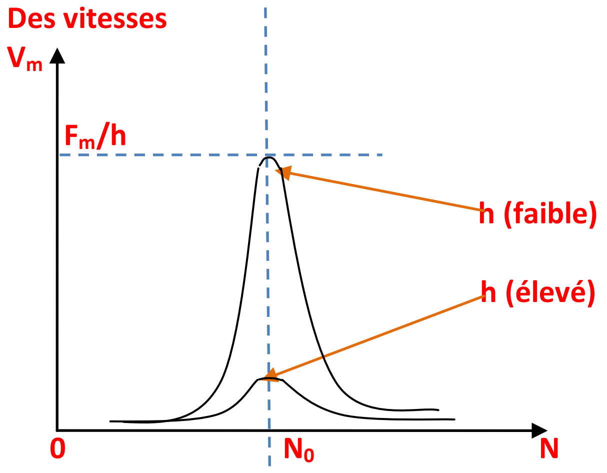


Des charges

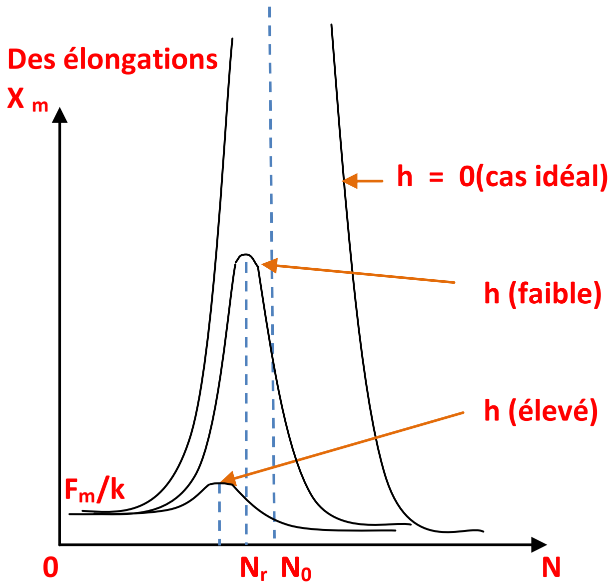


</td>
<td>

Des vitesses



Des élongations



</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Facteur de qualité Q (à la résonance)</td>
<td>$Q = \frac{Ucm}{Um} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{c}}$</td>
<td>$Q = \frac{Tm}{Fm} = \frac{1}{h}\sqrt{mk}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Puissance moyenne
facteur de puissance</td>
<td>$P = U.I.\cos(\varphi_u - \varphi_i) = R\,I^2$
$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R}{Z}$</td>
<td>$P = F.V.\cos(\varphi_F - \varphi_V) = h\,v^2$
$\cos(\varphi_F - \varphi_V) = \frac{h}{Z}$</td>
</tr>
</table>